Násobení lomených výrazů

Násobení lomených výrazů funguje jako násobení zlomků.

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{2}=\frac{3.7}{5.2}=\frac{21}{10} \qquad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a.c}{b.d}=\frac{ac}{bd} \quad b\neq 0;\ d\neq 0$$

Pokud lze krátit, zjednodušujeme si práci:

$$\frac{\cancel{3}}{5}\cdot\frac{7}{\cancel{6}}=\frac{1}{5}\cdot\frac{7}{2}=\frac{1.7}{5.2}=\frac{7}{10} \qquad \frac{\cancel{a}}{b}\cdot\frac{c}{2\cancel{a}}=\frac{1}{b}\cdot\frac{c}{2}=\frac{1.c}{b.2}=\frac{c}{2b} \quad a\neq 0;\ b\neq 0$$

Dělení převedeme na násobení převrácením dělitele:

$$\boxed{\frac{3}{5}:\frac{2}{7}=\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{2}}=\frac{3.7}{5.2}=\frac{21}{10} \qquad \boxed{\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}}=\frac{a.d}{b.c}=\frac{ad}{cb} \quad b\neq 0;\ c\neq 0;\ d\neq 0$$

Př. 1. $$\frac{3x}{5uv}\cdot\frac{3uy}{4vz}\cdot\frac{4z}{9xy}=\frac{3.\cancel{3}.\cancel{4}.\cancel{x}.\cancel{u}.\cancel{y}.\cancel{z}}{\cancel{4}.5.\cancel{9}.\cancel{u}.v^2.\cancel{x}.\cancel{y}.\cancel{z}}=\frac{3}{5v^2} \quad u,v,x,y,z\neq 0$$

Př. 2. $$4a^2b^3\cdot\frac{3ac^2}{24a^5b^3}=\frac{4a^2b^3}{1}\cdot\frac{3ac^2}{24a^5b^3}=\frac{12a^3b^3c^2}{24a^5b^3}=\frac{c^2}{2a^2} \quad a,b\neq 0$$

Př. 3. $$\frac{a^6s^5d^8}{b^3}:\frac{a^3b^2d^7}{s}=\frac{a^6s^5d^8}{b^3}\cdot\frac{s}{a^3b^2d^7}=\frac{a^6s^6d^8}{a^3b^5d^7}=\frac{a^3s^6d}{b^5} \quad a,b,d,s\neq 0$$

Př. 4. $$\frac{1}{k}\cdot\frac{1}{k^2}:\frac{1}{k^3}\cdot\frac{1}{k^4}=\frac{1}{k}\cdot\frac{1}{k^2}\cdot\frac{k^3}{1}\cdot\frac{1}{k^4}=\frac{k^3}{k^7}=\frac{1}{k^4}=k^{-4} \quad k\neq 0$$

Podle pravidel pro mocniny lze mocninu ve jmenovateli přepsat:

$$\boxed{\frac{1}{a^n}=a^{-n}}$$

Př. 5. $$\frac{c-8}{2c-16}:\frac{c+4}{4b+16}\cdot\frac{0,5c+2}{5b+20}=\frac{c-8}{2c-16}\cdot\frac{4b+16}{c+4}\cdot\frac{0,5c+2}{5b+20}=\frac{\cancel{c-8}}{2(\cancel{c-8})}\cdot\frac{4(\cancel{b+4})}{\cancel{c+4}}\cdot\frac{0,5(\cancel{c+4})}{5(\cancel{b+4})}=$$

$$\frac{c-8}{2(c-8)}\cdot\frac{4(b+4)}{c+4}\cdot\frac{0,5(c+4)}{5(b+4)}=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{1}\cdot\frac{0,5}{5}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$$

Pro krácení využíváme vytýkání i úpravy podle vzorců (viz. mnohočleny)

Př. 6. $$\frac{7-m}{m^2}+\frac{\cancel{-7}}{\cancel{m^2}}\cdot\frac{\cancel{m}}{\cancel{7}}=\frac{7-m}{m^2}+\frac{-1}{m}=\frac{7-m-m}{m^2}=\frac{7-2m}{m^2}\qquad m\neq 0$$

Př. 7. $$\frac{a^2-9}{a+1}\cdot\frac{a^2-1}{a-3}=\frac{\cancel{(a-3)}(a+3)}{\cancel{a+1}}\cdot\frac{(a-1)\cancel{(a+1)}}{\cancel{a-3}}=(a-1)(a+3)\qquad a\neq -1;\ a\neq 3$$

Př. 8. $$\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}\cdot\frac{4a+4b}{a^2-ab}=\frac{\cancel{(a-b)}\cancel{(a+b)}}{\cancel{(a+b)^2}}\cdot\frac{4\cancel{(a+b)}}{a\cancel{(a-b)}}=\frac{4}{a}\qquad a\neq -b;\ a\neq b;\ a\neq 0;$$

Př. 9. $$\frac{z^2-1}{(z+1)^2}\cdot\frac{3z+3}{4z-4}=\frac{\cancel{(z+1)}\cancel{(z-1)}}{\cancel{(z+1)^2}}\cdot\frac{3\cancel{(z+1)}}{4\cancel{(z-1)}}=\frac{3}{4}\qquad z\neq -1;\ z\neq 1;$$

Př. 10. $$\frac{x^2-xy}{x^2+xy}\cdot\frac{x^2y+xy^2}{xy}=\frac{\cancel{x}(x-y)}{\cancel{x}\cancel{(x+y)}}\cdot\frac{\cancel{xy}\cancel{(x+y)}}{\cancel{xy}}=x-y\qquad x\neq 0;\ y\neq 0;\ x\neq -y;$$

Př. 11. $$\frac{4x^2-8x+4}{5x^2-5}\cdot\frac{3-3x^2}{x^2+2x+1}=\frac{4(x^2-2x+1)}{5(x^2-1)}\cdot\frac{3(1-x^2)}{x^2+2x+1}=\frac{4(x-1)^2}{5(x^2-1)}\cdot\frac{-3(x^2-1)}{(x+1)^2}=$$

$$\frac{4(x-1)^2}{5\cancel{(x^2-1)}}\cdot\frac{-3\cancel{(x^2-1)}}{(x+1)^2}=\frac{-12(x-1)^2}{5(x+1)^2}\qquad x\neq 1;\ x\neq -1;$$

Pro krácení využíváme ***(a – b) = –1 (b – a)*** *(viz. mnohočleny)*

Př. 12. $$\left(1+\frac{a}{a+1}\right):\left(1-\frac{3a^2}{1-a^2}\right)=\left(\frac{a+1+a}{a+1}\right):\left(\frac{1-a^2-3a^2}{1-a^2}\right)=\left(\frac{2a+1}{a+1}\right)\cdot\left(\frac{1-a^2}{1-4a^2}\right)=$$

$$=\frac{2a+1}{a+1}\cdot\frac{1-a^2}{1-4a^2}=\frac{\cancel{2a+1}}{\cancel{a+1}}\cdot\frac{(1-a)\cancel{(1+a)}}{(1-2a)\cancel{(1+2a)}}=\frac{(1-a)}{(1-2a)}\qquad a\neq -1;\ a\neq\frac{1}{2};\ a\neq -\frac{1}{2}$$

Př. 13. $$\frac{\dfrac{b+3}{b-3}-\dfrac{b-3}{b+3}}{\dfrac{3}{3-b}+\dfrac{3+b^2}{b-3}}=\frac{\dfrac{(b+3)(b+3)-(b-3)(b-3)}{(b-3)(b+3)}}{\dfrac{3}{-1(b-3)}+\dfrac{3+b^2}{b-3}}=\frac{\dfrac{b^2+6b+9-(b^2-6b+9)}{(b-3)(b+3)}}{\dfrac{3-1(3+b^2)}{-1(b-3)}}=$$

$$\frac{\dfrac{b^2+6b+9-(b^2-6b+9)}{(b-3)(b+3)}}{\dfrac{3-3-b^2}{-1(b-3)}}=\frac{\dfrac{b^2+6b+9-b^2+6b-9}{(b-3)(b+3)}}{\dfrac{-b^2}{-1(b-3)}}=\frac{12b}{(b-3)(b+3)}:\frac{b^2}{(b-3)}=$$

$$\frac{12\cancel{b}}{\cancel{(b-3)}(b+3)}\cdot\frac{\cancel{(b-3)}}{b^{\cancel{2}}}=\frac{12}{b(b+3)}\qquad b\neq 0;\ b\neq -3;\ b\neq 3;$$